

Общие положения

1) Максимальная оценка за каждую задачу — 7 баллов.

2) 7 баллов ставится за безукоризненное решение задач; 6 баллов означает, что в решении допущена мелкая погрешность, например, не разобран частный случай, не влияющий на решение. 4 или 5 баллов означают, что все идеи, необходимые для решения найдены, задачу в целом надо считать решённой, однако приведённое решение имеет существенные недостатки, например, в доказательстве ключевого факта имеются пробелы, устранимые не совсем очевидным образом. 2 — 3 балла ставится, если в решении задачи имеется серьёзное продвижение, однако для решения необходимы дополнительные идеи, не указанные в решении. 1 балл означает, что в решении имеется только очень мелкое продвижение, как то: замечен, но не доказан ключевой факт, разобран нетривиальный частный случай или приведён (но не обоснован) верный ответ, который не вполне тривиален. Если приведённые в решении факты, идеи, выкладки к решению явным образом не ведут, то задача оценивается в 0 баллов, также как и в случае, когда решение задачи отсутствует.

3) В случае наличия в одной работе нескольких решений оценивается ровно одно решение, то, которое приносит больше баллов. За другие решения баллы не снимаются и не начисляются.

4) Оценка за задачу не может быть снижена за неаккуратный почерк, ошибки в русском языке, или явные опiski в выкладках. Также недопустимо снижение баллов за не чёткий чертёж в геометрической задаче или даже за отсутствие такового. Нельзя требовать с участника олимпиады, чтобы он переписывал условие задачи, в том числе не обязательна краткая запись условия геометрических задач.

5) Школьник имеет право сам выбрать способ решения той или иной задачи; не допускается снижать оценку за то, что выбранный школьником способ решения не самый лучший или отличается от предложенных нами способов.

6) Факты и теоремы школьной программы (в том числе и те, которые приведены только в задачах школьных учебников) следует принимать без доказательств. Школьник имеет право без доказательства использовать любые такие факты, даже если они проходятся в более старших классах. Допускается (также без доказательств) использование математических фактов, изучающихся на факультативах. В частности, без ограничения можно применять формулы аналитической геометрии, математического анализа, принцип математической индукции, теоремы теории графов и т.п.

7) Критерии оценки, приведённые в прилагаемых решениях (таблица в конце решения каждой задачи) являются обязательными и не могут быть изменены. Однако это не означает, что выставяемые за задачу баллы обязательно должны совпасть с приведёнными в таблице: в случае, когда жюри вырабатывает дополнительные критерии (см. следующий пункт) жюри может выставить балл, которого в таблице нет (например, в таблице предусмотрены только 0 и 7 баллов, а

жюри выставляет 5 баллов). Таблицы критериев составлены таким образом, что перечисляют отдельные случаи; накопление баллов за разные пункты не предусмотрено.

8) В случае, если решение школьника принципиально отличается от решений, предложенных программным комитетом, и не может быть подведено под предлагаемые критерии, проверяющие вырабатывают критерии самостоятельно в соответствии с пунктом 2.

9) В случае возникновения спорных ситуаций при проверке работ олимпиады жюри вправе обратиться за разъяснениями и советом к составителям пакета заданий, т.е. к д.ф-м.н. Валерию Трифоновичу Шевалдину (адрес эл. почты **valerii.shevaldin@imm.uran.ru**) и к.ф-м.н. наук Сергею Эрнестовичу Нохрину (адрес эл.почты **varyag2@mail.ru**, тел. +**79220350324**). Мы ответим на все Ваши вопросы.

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по математике
в 2015 – 2016 учебном году
6 класс**

Время выполнения заданий — 4 часа

6.1. *Замените каким-либо способом в примере на сложение десятичных дробей*

$$0, ** + 0, ** + 0, ** + 0, ** = 1$$

каждую звёздочку цифрой 2 или цифрой 3 так, чтобы получилось верное равенство.

Решение: Сумма четырёх цифр в разряде сотых должна быть кратна 10. Так как каждая из цифр либо 2, либо 3, то среди этих цифр ровно две двойки и две тройки. Тогда сумма цифр в разряде десятков должна заканчиваться цифрой 9, поэтому среди цифр десятков три двойки и одна тройка. Ясно, что любая указанная комбинация цифр подходит.

Ответ: Например, $0,32 + 0,22 + 0,23 + 0,23 = 1$.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	баллы
приведён хотя бы один верный пример	7 баллов
при отсутствии верного примера имеются верные заключения об его структуре (например, определён набор последних цифр)	не больше 2 баллов
неверные примеры (в любом количестве)	0 баллов

6.2. *Ученики шестого класса отправились на праздник. У каждого мальчика было по 5 воздушных шариков, а у каждой девочки — по 4 шарика. По дороге дети стали баловаться и прокалывать шарики одноклассников. (Свои шарики дети, конечно же, не прокалывали.) В итоге каждая девочка проколола ровно один шарик, а каждый мальчик — ровно два шарика. Дима сосчитал все уцелевшие шарики, и у него получилось 100. Докажите, что Дима ошибся.*

Решение: Давайте считать, что ученик, проколовший шарик, отдаёт в виде компенсации пострадавшему один из своих. Это равносильно тому, что дети прокалывают шарики у себя и только у себя. Тогда каждая девочка расстанется с одним шариком, а каждый мальчик — с двумя. У каждого шестиклассника останется по 3 шарика, поэтому общее число шаров будет кратно трём. А 100 на 3 не делится.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	баллы
верное доказательство	7 баллов
задача верно сведена к решению линейного уравнения в целых числах, но не доказана его неразрешимость	5 баллов
при отсутствии доказательства имеется идея рассмотреть делимость числа шариков на 3	3 балла
рассматривается делимость на другие числа (не на 3), в том числе идеи, связанные с чётностью	0 баллов
рассмотрены только частные случаи (в любом количестве)	0 баллов

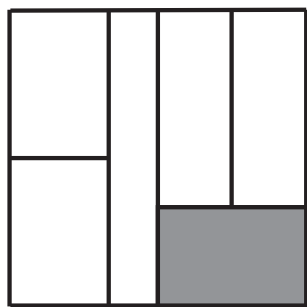
6.3. *Петя, Коля и Вася стартовали одновременно в забеге на 100 метров и Петя пришёл первым. Когда Петя пробежал половину дистанции, Коля и Вася в сумме пробежали 85 метров. Известно, что скорость каждого из трех мальчиков постоянна на протяжении всей дистанции. Сколько метров в сумме осталось пробежать до финиша Коле и Васе, когда Петя пришёл к финишу? Ответ обоснуйте.*

Решение: Так как скорости каждого из мальчиков постоянны, за то время, пока Петя пробегает вторую половину дистанции, Коля и Вася в сумме пробегут те же самые 85 метров, а всего с момента старта $2 \cdot 85 = 170$. А пробежать должны 200. Значит, им осталось пробежать $200 - 170 = 30$ метров на двоих.

Ответ: 30 метров.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	баллы
верный и полностью обоснованный ответ	7 баллов
получен неверный ответ исключительно в силу арифметических ошибок	6 баллов
верно составлено, но не решено уравнение (система уравнений), решение которого (которой) приводит к ответу	4 балла
рассмотрены только частные случаи, (например, когда скорости Васи и Коли одинаковы) И/ИЛИ указано, что за оставшееся время Вася и Коля пробегут в сумме те же 85 метров	2 балла
приведён только верный ответ без обоснования (с неверным обоснованием)	1 балл



К условию
задачи 6.4

6.4. Квадрат (см. рисунок) разрезали на прямоугольники. Оказалось, что площади всех шести отрезанных прямоугольников равны между собой. Найдите во сколько раз длинная сторона закрашенного прямоугольника больше его короткой стороны. Ответ обоснуйте.

Решение: Так как площади всех шестиугольников равны, площадь каждого из них равна $1/6$ площади квадрата, поэтому три левых прямоугольника составляют половину квадрата. Таким образом, горизонтальная сторона закрашенного прямоугольника также равна половине стороны квадрата. Так как его площадь равна $1/6$ площади квадрата, то вторая его сторона составляет $1/3$ стороны квадрата. Значит, искомое отношение равно $1/2 : 1/3 = 1,5$.

Ответ: В 1,5 раза.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	баллы
верный и полностью обоснованный ответ	7 баллов
получен неверный ответ исключительно в силу арифметических ошибок	6 баллов
приведены конкретные размеры квадрата и полученных прямоугольников без доказательства единственности картинки (с точностью до подобия)	4 балла
верно найдено отношение одной из сторон закрашенного прямоугольника к стороне квадрата	3 балла
приведён только верный ответ без обоснования (с неверным обоснованием)	1 балл

6.5. В трёх ящиках лежат орехи. В первом на шесть орехов меньше, чем в двух других вместе, а во втором — на 10 меньше, чем в двух других вместе. Сколько орехов лежит в третьем ящике? Ответ обоснуйте.

Решение: Пусть в первом ящике лежит x орехов, во втором и третьем — соответственно y и z . Тогда условие задачи определяется равенствами $x + 6 = y + z$ и $x + z = y + 10$. Из первого уравнения $x - y = z - 6$, из второго $x - y = 10 - z$. Значит, $z - 6 = 10 - z$, откуда $z = 8$.

Ответ: 8 орехов.

Рекомендации по проверке:

есть в работе	баллы
верный и полностью обоснованный ответ	7 баллов
получен неверный ответ исключительно в силу арифметических ошибок	6 баллов
верно составлена, но не решена система уравнений, описывающая условие задачи	3 балла
приведён конкретный пример (примеры) распределения орехов по ящикам (и, следовательно, верный ответ)	1 балл
приведён только верный ответ без обоснования (с неверным обоснованием)	0 баллов